УДК 339.138

Л.Б. ШАБАНОВА,
кандидат экономических наук, профессор,
В.Н. КУШНИРЕНКО,
кандидат технических наук, доцент

Институт экономики, управления и права (г. Казань)

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ЖИЗНЕННЫХ ЦИКЛОВ ТОВАРОВ

В условиях ускорения научно-технического прогресса и общественного развития товары, обладая стоимостью, могут утрачивать потребительную стоимость и, следовательно, вытесняются с потребительского рынка другими товарами с более высокой потребительской ценностью. В связи с этим возрастает значение прогнозирования жизненных циклов товаров на базе исследования их графических моделей.

Усиление конкурентной борьбы на потребительском рынке приводит к сокращению продолжительности жизненных циклов товаров (ЖЦТ), а также к удорожанию разработки новых товаров.

Период существования товара, безусловно, является объектом статистического изучения и математического моделирования, так как ЖЦТ всегда характеризуется индивидуальной продолжительностью; на его формирование оказывает влияние множество разнообразных случайных факторов, и как объект анализа он поддается количественному выражению.

Цель нашего исследования заключается в том, чтобы, по возможности, продлить срок пребывания товара на рынке. При этом убыточные этапы ЖЦТ следует сокращать, а прибыльные – затягивать, пользуясь инструментами регулирования спроса.

Специалисты по анализу рынка должны внимательно отслеживать каждый из этапов ЖЦТ. Сложность этой работы заключается в том, что необходимо обрабатывать большую массу статистических данных, относящихся к определенным товарам на многих рынках. Однако наибольшую значимость приобретает этап стабилизации и момент его перехода к этапу спада. Для выявления динамики процессов этой важнейшей точки перехода необходима большая аналитическая работа статистиков, математиков, маркетологов, аналитиков, их опыт и интуиция.

Графическая модель ЖЦТ представляет собой кривую спроса (продажи, сбыта) товара, построенную или по данным статистического измерения параметров рынка, или по прогнозным данным (см. рис. 1).

Такая модель (ее называют "традиционной", или "идеальной") базируется на том, что выведенный на рынок товар сразу признан покупателями.

Виды жизненных циклов товаров сильно различаются как по продолжительности, так и по форме. Выявленные статистические закономерности видов ЖЦТ можно классифицировать по признаку динамики объема продаж и построить следующие математические модели для каждого из этих видов.

Классическая кривая описывает ЖЦТ чрезвычайно популярного продукта со стабильным сбытом на протяжении долгого периода времени (см. рис. 2).

Математическая модель выглядит так:

$$V = b - (b - c)e^{-\alpha t},$$

где V – текущий объем продаж; b – стабильный объем продаж; c – объем продаж в начальный момент времени ($t = 0$); α – параметр модели, характеризующий скорость роста объема продаж ($\alpha > 0$).

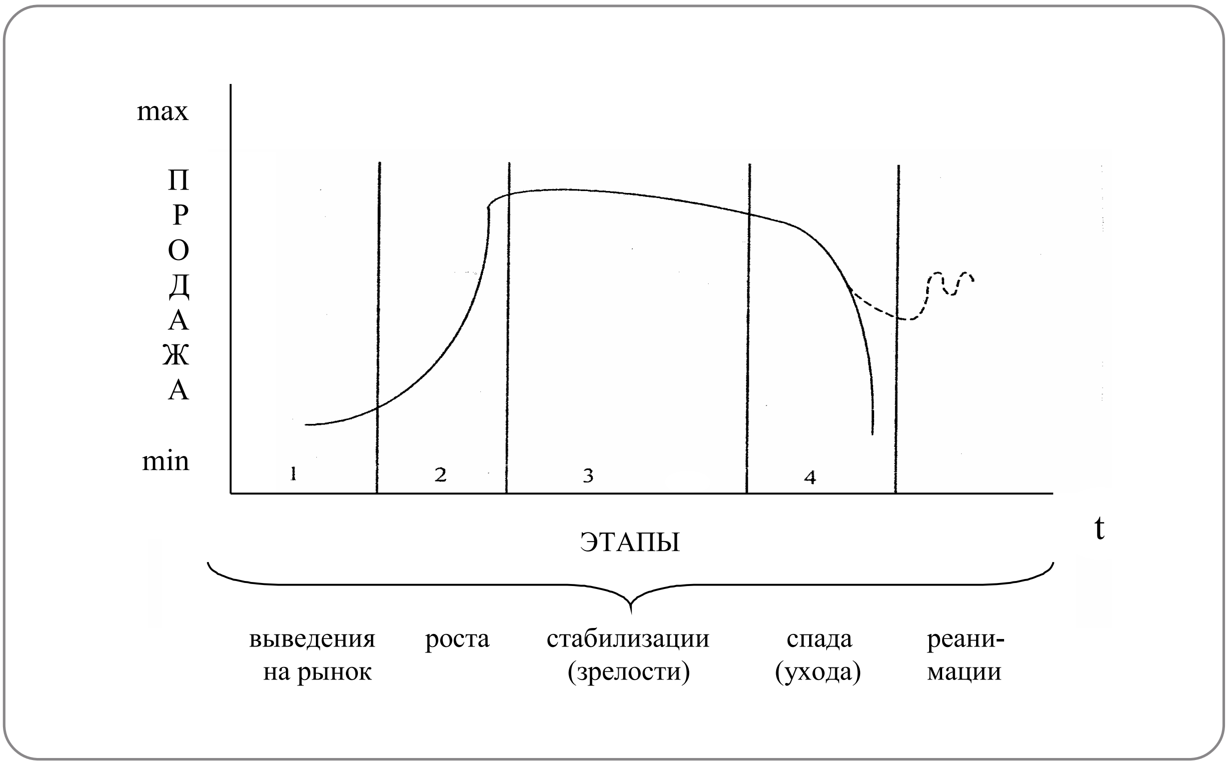

Рис. 1. Модель жизненного цикла товара

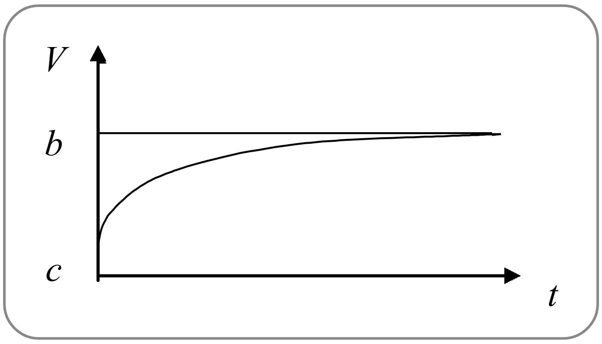

Рис. 2. Классическая кривая

Такой вид ЖЦТ характерен для важнейших продовольственных товаров (хлеб, молоко, мясо), товаров массового производства и повседневного спроса, товаров, имеющих высокую потребительскую ценность.

Традиционная кривая включает отчетливые этапы выведения товара на рынок, роста спроса, стабилизации (зрелости) и спада (см. рис. 3). Математическая модель выглядит так:

$$V = \begin{cases} \alpha_1 t^2 + \beta_1 t + \gamma_1; \alpha_1 > 0, t \in [0; t_1] \\ a + b^{\alpha_2 t^2 + \beta_2 t + \gamma_2}; \alpha_2 < 0, b > 1, t \in [t_1; t_2] \\ \gamma_3 + \beta_3 e^{\alpha_3 (t - t_2)}, \alpha_3 < 0, \beta_3 > 0; t \in [t_2, \infty) \end{cases},$$

где $a, b, \gamma_i, a_i, \beta_i$ – параметры, $i \in \{1, 2, 3\}$.

Максимальный объем продаж

$$V_{\max} = a + b^{(4\alpha_2\gamma_2 - \beta_2^2)/4\alpha_2},$$

и достигается он через время, равное $(-\beta_2 / 2\alpha_2)$.

Этот вид ЖЦТ характерен для товаров длительного пользования, сложных технических изделий, бытовой техники, одежды и т.п.

Кривая увлечения описывает ЖЦТ, который быстро завоевывает признание, высокими тем-

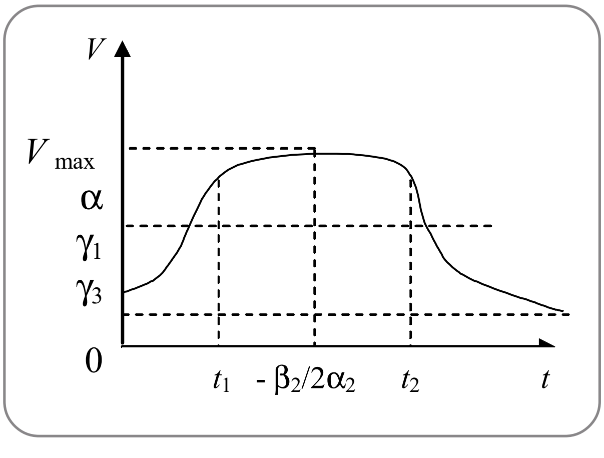

Рис. 3. Традиционная кривая

пами растет спрос на этот товар и затем быстро падает его популярность (см. рис. 4). Математическая модель выглядит так:

$$V = b - \alpha\left(t - a\right)^n,$$

где b – максимальный объем продаж; α – параметр модели ($\alpha > 0$); a – момент времени, когда достигается максимальный объем продаж; $n \geq 2$ – целое четное число (при $n = 2$ кривая увлечения эквивалентна кривой провала).

К таким товарам относятся предметы личного туалета, аксессуары, модная одежда, бижутерия и т.п. В некоторых случаях может наступить так называемое "продолжительное увлечение".

Продолжительное увлечение проявляется так же, как и простое увлечение, за исключением того, что "остаточный" сбыт продолжается в размерах, составляющих незначительную долю от прежнего объема реализации данного товара (см. рис. 5). Математическая модель выглядит так:

$$V = \frac{at^2 + bt + c}{\alpha t^2 + \beta t + \gamma},$$

где a, b, c, α, β, γ – такие параметры, при которых корни числителя и знаменателя мнимые, т.е. дробь пложительна в любой момент времени ($a > 0$, $\alpha > 0$); c/γ – объем продаж в начальный момент времени ($t = 0$); a/α – объем продаж, длительное время сохраняющийся на рынке.

Примерами товаров, длительное время сохраняющихся на рынке, но реализуемых во все уменьшающихся объемах, могут служить одежда из кожи, некоторые экзотические деликатесы и напитки.

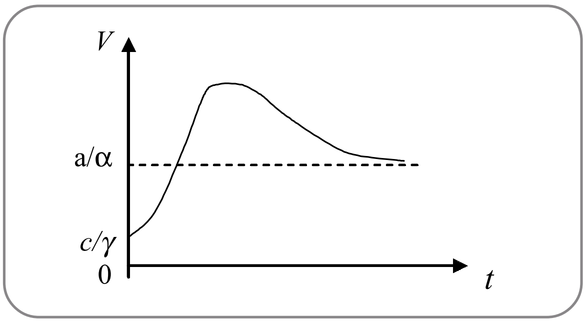

Рис. 5. Кривая продолжительного увлечения

Сезонная кривая, или кривая моды, имеет место, когда товар хорошо продается в течение определенных периодов времени (см. рис. 6). Математическая модель выглядит так:

$$V = \begin{cases} \alpha t^2 + \beta t + \gamma; \alpha > 0, t \in \left[0; t_1\right] \\ A + a\sin\left(\omega t + \varphi\right), t \in \left[t_1; \infty\right) \end{cases},$$

где γ – объем продаж в начальный момент времени ($t = 0$); t_1 – момент времени, соответствующий началу сезонных колебаний (точка перегиба); A – установившийся средний объем продаж за несколько сезонов; a – амплитуда сезонного колебания объема продаж; $\varphi = \omega t_1$ – начальная фаза выхода на сезонные колебания; ω – параметр, характеризующий частоту сезонных колебаний.

Следует различать товары сезонного производства и товары сезонного спроса. К товарам сезонного производства относятся такие, которые можно производить только в определенное время года, а потреблять их хотят круглый год. Например, овощи и ягоды в нашей природной зоне в естественных условиях созревают только летом, а потреблять их желают

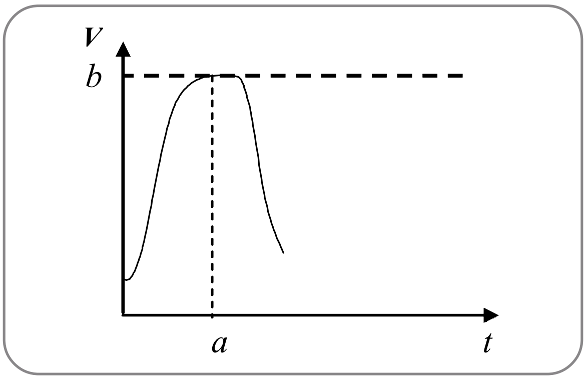

Рис. 4. Кривая увлечения

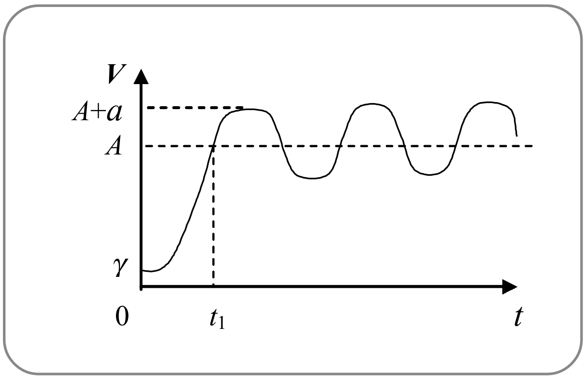

Рис. 6. Сезонная кривая

регулярно. К товарам сезонного спроса относятся товары, которые можно производить круглый год, а потребляют их только в определенное время. Например, верхняя одежда, обувь, елочные игрушки и т.п.

Кривая возобновления спроса (ностальгии) описывает ЖЦТ, который, казалось бы, устарел, но вновь получил популярность (см. рис. 7). Математическая модель выглядит так:

$$V = a_4t^4 + a_3t^3 + a_2t^2 + a_1t + a_0,$$

где a_0, a_1, a_2, a_3, a_4– параметры. Целая рациональная функция четвертой степени, график которой имеет три экстремума и две точки перегиба.

Координаты точек экстремумов определяются при решении кубического уравнения по формулам Кардано, а координаты точек перегиба – из решения квадратного уравнения . Этот вид ЖЦТ характерен для произведений искусства, предметов роскоши, антиквариата, элементов интерьера и т.п.

Кривая провала характеризует ЖЦТ, который вообще не имел успеха (см. рис. 8). Математическая модель выглядит так:

$$V = \alpha t^2 + \beta t + \gamma,$$

где α, β, γ – параметры модели ($\alpha < 0$); γ – объем продаж в начальный момент времени ($t = 0$).

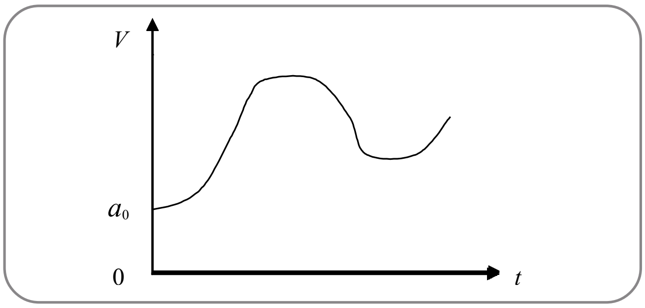

Рис.7. Кривая возобновления спроса

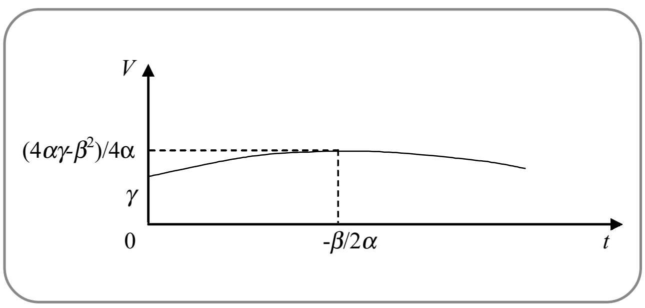

Рис. 8. Кривая провала

Максимальный объем продаж составляет $(4\alpha\gamma - \beta^2)/4\alpha$, незначительно превышает объем продаж в начальный период и достигается через время, равное ($-\beta/2\alpha$).

Параметры α, β, γ можно определить на основании данных статистического измерения путем решения системы линейных уравнений:

$$\begin{cases} \alpha t_1^2 + \beta t_1 + \gamma = V_1 \\ \alpha t_2^2 + \beta t_2 + \gamma = V_2 \end{cases}$$

При этом считаем, что параметр γ определен на начальном этапе, а в моменты времени t_1 и t_2 были незначительные изменения объемов продаж V_1 и V_2.

Известно, что 70% новых товаров, внедряемых на рынок, терпит неудачу. К основным причинам провала товара относятся следующие:

- низкое качество и недостаточная новизна;
- неудачный момент вывода товара на рынок;
- неудачная реклама.

В рассмотренных математических моделях ЖЦТ содержится значительное число параметров, определить которые можно, если заранее спрогнозировать форму кривой ЖЦТ. Если же поведение товара на рынке непредсказуемо, то будем использовать интерполяционный многочлен.

Пусть заданы ($k + 1$) опорных, равноотстоящих узловых точек $k \geq 1$ таких, что $t_0 = 0$, $t_1 = 1$, $t_2 = 2, \ldots, t_k = k$ (например, $t_i = i$, где i – порядковый номер анализируемого месяца). Кроме того, заданы ($k + 1$) действительных чисел $V_0 = 0$, V_1, $V_2, \ldots, V_k$ – значения функции $V(t)$ в узловых точках. Тогда имеем следующую задачу интерполяции: найти многочлен $Ik(t)$ степени не больше k такой, что $I_k(t_i) = V_i$ для $0 \leq i \leq k$.

Всегда имеется только один интерполяционный многочлен. Положив $t = t_0 + m$, где $m \in [0; k]$, представим его в форме Ньютона[1]:

$$I_k(t) = m\Delta V_0 + \frac{m(m-1)}{2!}\Delta^2 V_0 + \mathrm{K} +$$
$$+ \frac{m(m-1)(m-2):.:(m-k+1)}{k!}\Delta^k V_0.$$

[1] Бахвалов Н.С. Численные методы / Н.С.Бахвалов, Н.П. Жидков, Г.М. Кобельков. – 3-е изд., доп. и перераб. – М.: БИНОМ; Лаборатория знаний, 2004. – 636 с. – С.45.

Здесь $\Delta^i V_0$ – разности i-го порядка. Интерполяцию можно использовать, чтобы вычислить значение функции $V(t)$ за интервалом узловых точек, то есть провести экстраполяцию – прогнозирование объема продаж на l шагов вперед. Пусть один шаг соответствует одному месяцу. При этом необходимо руководствоваться следующим правилом: чем больше значение величины k (то есть богаче предыстория развития объема продаж во времени и меньше значение величины l – шагов прогнозирования), тем выше надежность прогноза.

Если по прошествии времени $(k + l)$ выполняется приближенное равенство $I_k(k + l) \approx V(k + l)$, то есть прогнозируемые объемы продаж незначительно отличаются от фактического объема продаж, то можно говорить об адекватности математической модели реальным условиям.

Рассмотрим нахождение интерполяционного многочлена на числовом примере в динамике изменения объемов продаж по месяцам с одним шагом прогнозирования ($l = 1$).

Месяцы	t_i	V_i	ДV_0	Прогноз на февраль
-	0	0	3	
Январь	1	3		
Февраль	2	-		6

$$I_1(t) = m\Delta V_0 = \Delta V_0 t = 3t;\ t \in [0;\ 1].$$

Прогнозируем объем продаж на февраль

$$(t = t_2 = 2) : I_1(2) = 6.$$

Месяцы	t_i	V_i	ДV_j	Д$^2V_0$	Прогноз на март
-	0	0			
			3		
Январь	1	3		1	
			4		
Февраль	2	7			
Март	3	-	-		12

$$I_2(t) = m\Delta V_0 + \frac{m(m-1)}{2!}\Delta^2 V_0 = 3t + \frac{t(t-1)}{2};\ t \in [0;2].$$

Фактический объем продаж за февраль месяц равен 7 условным единицам, что отличается от прогнозируемого объема продаж на февраль (6 условных единиц) на одну условную единицу.

Прогнозируем объем продаж на март

$$(t = t_3 = 3) : I_2(3) = 12.$$

Месяцы	t_i	V_i	ДV_j	Д^2V_j	Д$^3V_0$	Прогноз на апрель
-	0	0				
			3			
Январь	1	3		1		
			4		0	
Февраль	2	7		1		
			5			
Март	3	12				
Апрель	4	-				18

$I_3(t) = I_2(t)$, так как $\Delta^3 V_0 = 0$. Таким образом, фактический объем продаж в марте $V_3 = 12$ совпал с прогнозируемым объемом продаж на март месяц, проведенным в феврале, то есть, математическая модель адекватна складывающейся рыночной конъюнктуре реализации товара.

Прогнозируем объем продаж на апрель

$$(t = t_4 = 4) : I_2(4) = 18.$$

Месяцы	t_i	V_i	ДV_j	Д^2V_j	Д^3V_j	Д$^4V_0$	Прогноз на май
-	0	0					
			3				
Январь	1	3		1			
			4		0		
Февраль	2	7		1		2	
			5		2		
Март	3	12		3			
			8				
Апрель	4	20					
Май	5	-					35

$$I_4(t) = mV_0 + \frac{m(m-1)}{2!}\Delta^2 V_0 + \frac{m(m-1)(m-2)}{3!}\Delta^3 V_0 + $$
$$+ \frac{m(m-1)(m-2)(m-3)}{4!}\Delta^4 V_0 =$$
$$= 3t + \frac{t(t-1)}{2} + \frac{t(t-1)(t-2)(t-3)}{12};\ t \in [0;4]$$

Фактический объем продаж в апреле $V_4 = 20$ отличается от прогнозируемого объема продаж, проведенного в марте, на апрель $I_3(4) = 18$ на две условных единицы. Модель адекватна реальной ситуации.

Прогнозируем объем продаж на май

$(t = t_5 = 5) : I_4(5) = 35.$

Процесс продолжаем по аналогии для последующих месяцев.

В данной модели точка перегиба определяется первой отрицательной разностью второго порядка, а начало этапа зрелости – нулевым или первым отрицательным значением разности первого порядка.

На практике реальные жизненные циклы товаров подвергаются действию множества факторов, различных по своей природе. Проявляются и степень проработки товара производителем, и учет условий эксплуатации, и конкурентная борьба, и многое другое. Поэтому по своей форме жизненные циклы отдельных товаров являются статистическими величинами и могут существенно отличаться от классической (регрессионной) формы – у них могут наблюдаться всплески, затягивание отдельных участков и т.д. Анализ таких особенностей формы жизненных циклов товаров (регрессионных зависимостей) представляет особый интерес для статистиков, аналитиков, маркетологов.

Попытки предприятия сохранить товар, продлить его жизненный цикл могут привести к неоправданному риску или даже финансовому краху. В такой ситуации смена товара неизбежна.

Со временем любой товар, даже с великолепными потребительскими свойствами, должен уступить место новому поколению товаров, построенному на более совершенных принципах и удовлетворяющему более высокие потребности. Тем не менее в теории и практике маркетинга попытки точного определения момента смены товара, прогнозирования этой смены до сих пор сталкиваются с серьезными трудностями.

Системное и статистическое исследование этапов ЖЦТ различных товаров позволило установить следующее:

- трудно предсказать, когда начнется следующий этап, как долго он продлится и каких уровней достигнет сбыт;

- этап в жизненном цикле товара не может быть абсолютно точно определен, это статистический параметр с неизвестным (в общем случае) законом распределения;

- четыре основных этапа цикла не разделяются на четкие фазы. В определенные моменты может показаться, что товар достиг зрелости, в то время как он фактически достиг только временной стабилизации на этапе роста.

И все же исследование кривых ЖЦТ позволяет в практической деятельности решать две проблемы:

- определять период времени с момента внедрения товара до момента наступления его зрелости;

- определять продолжительность этапа зрелости товара.

Графическое изображение маркетинговых ситуаций, в которых заложены эти две указанные проблемы, представлено на рис. 9.

Методика решения первой проблемы основана на предположении, что с момента внедрения товара и до наступления этапа зрелости кривая ЖЦТ имеет S-образную форму, которую можно представить кубической параболой: $V = at^3 + bt^2 + ct$. Здесь V – объем продаж за определенное время, например, за неделю, декаду, месяц и т.д.; a, b, c – параметры ($a < 0$). Точка перегиба кривой J определяется максимальным значением первой производной: $V' = 3at^2 + 2bt + c$, которое достигается в момент времени ($-b/3a$). Точка перегиба J является точкой симметрии кривой от момента внедрения товара до момента начала этапа зрелости товара ($-2b/3a$).

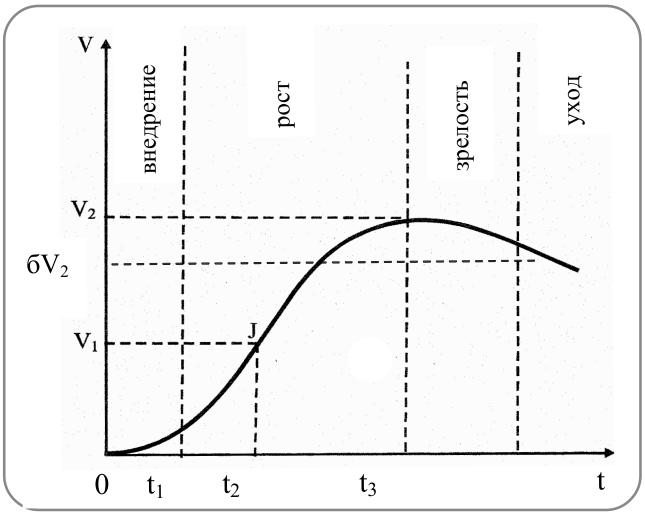

Рис. 9. Расчет периода времени с момента внедрения товара до завершения этапа его зрелости (*J* – точка перегиба кривой)

В силу симметрии, если объем пр одаж в точке перегиба J равен величине V_1, то объем продаж в момент зрелости товара будет равен $V_2 = 2V_1$. Предварительно параметры модели (а значит и точку перегиба J) можно определить на завершении этапа внедрения и начале этапа роста, а в дальнейшем скорректировать их, изучая приросты объема продаж за определенное время.

Исследуемый отрезок ЖЦТ позволяет изучать динамику объема продаж в развитии товара и проводить постоянный мониторинг с целью определения периода времени с момента внедрения товара на рынок до момента наступления его зрелости.

Допустим, предприятие запланировало продать в декабре (последний месяц анализируемого года) 100 единиц товара, а точка перегиба наступила через 8 месяцев (за август было продано 50 единиц товара). Следовательно, запланированный объем продаж за месяц будет достигнут не в декабре, а на 16 месяце (в апреле следующего года).

Для определения точки перегиба фиксируем приросты объема продаж за определенные периоды времени (за месяц). Эти данные представлены в табл. 1.

Момент, после которого начинается уменьшение прироста продаж, является точкой перегиба (в приведенном примере – это июнь).

Результаты, связанные с первой проблемой, позволяют решить вторую: определить продолжительность этапа зрелости товара. Начало этапа зрелости товара уже установлено (в данном примере – это декабрь). Необходимо продолжить наблюдение. Как только будет зафиксирован отрицательный уровень прироста объема продаж, соответствующий заранее оговоренному пороговому значению, то можно считать, что этап зрелости товара завершается.

Таблица 1

Приросты объема продаж по месяцам

Периоды	Уровни прироста объема продаж, %
Январь	– момент внедрения
Февраль	+5
Март	+15
Апрель	+ 35
Май	+ 60
Июнь	+ 85 (точка перегиба)
Июль	+ 70
Август	+ 50
Сентябрь	+ 35
Октябрь	+ 15
Ноябрь	+5
Декабрь	+1

Момент начала ухода товара с рынка (t_3) можно задать и пороговым значением объема продаж за месяц: αV_2, где коэффициент $0,5 < \alpha < 1$. Общий объем товара (W), поставленного на рынок с момента внедрения до ухода, будет равен сумме объемов продаж по всем месяцам (n):

$$W = \sum_{i=1}^{n} V_i ,$$

или, если задана кривая ЖЦТ, то $W = \int_0^{t_y} V(t)dt$, где t_y – время ухода.

Итак, неизбежно наступает момент ухода товара с рынка. Поэтому каждое предприятие должно руководствоваться определенными рекомендациями.

Во-первых, разработка новых товаров должна происходить в недрах еще относительного благополучия старых товаров. Это необходимо для того, чтобы не потерять конкурентные преимущества и перспективы дальнейшего развития.

Во-вторых, новый товар должен обладать не только более высокими потребительскими свойствами, но и быть рассчитан на массового покупателя. Для этого следует продумать вопросы, связанные с созданием модификаций товара, предназначенных для покупателей с различными доходами, потребностями, вкусами и т.д. Затраты на новый товар не должны быть слишком велики, иначе из-за высокой цены можно потерять многих покупателей. Да и конкурент может создать более дешевый товар.

Таким образом, от продолжительности и особенностей ЖЦТ непосредственно зависит уровень прибыли предприятия. Поэтому производитель и продавец могут добиться лучших результатов в сложнейшей рыночной обстановке лишь в том случае, если будут постоянно опираться на результаты маркетинговых исследований, составной частью которых является анализ ЖЦТ.

В редакцию материал поступил 16.05.07.