

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ И ИНСТРУМЕНТАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ ЭКОНОМИКИ / MATHEMATICAL AND INSTRUMENTAL METHODS IN ECONOMICS

УДК 519.86:33

DOI: <http://dx.doi.org/10.21202/1993-047X.11.2017.2.100-113>

С. Б. КУЗНЕЦОВ¹

¹ Сибирский институт управления Российской академии народного хозяйства и государственной службы,
г. Новосибирск, Россия

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОДОБНЫХ ЭКОНОМИК

Цель: получение безразмерных критериев – экономических индексов, характеризующих национальную экономику и не связанных с ее размерами.

Методы: математическое моделирование, теория размерностей, обработка статистических данных.

Результаты: с опорой на дифференциальное уравнение, описывающее состояние национальной экономики с учетом сопротивления экономической среды, получены два безразмерных индекса, позволяющих сравнивать экономики независимо от их размера. При помощи теории размерности показано, что найденные индексы не случайны. Продемонстрировано применение полученных безразмерных критериев для анализа поведения экономик ряда стран.

Научная новизна: получены безразмерные критерии – экономические числа, которые позволяют сравнивать экономики вне зависимости от их размера и анализировать динамическое изменение экономик с течением времени.

Практическая значимость: результаты работы могут быть использованы для динамического и сравнительного анализа экономик разных стран вне зависимости от их размеров.

Ключевые слова: математические и инструментальные методы в экономике; сопротивление экономической среды; возобновляемые факторы производства; инвестиции; экономическое число

Как цитировать статью: Кузнецов С. Б. Моделирование подобных экономик // Актуальные проблемы экономики и права. 2017. Т. 11, № 2. С. 100–113. DOI: <http://dx.doi.org/10.21202/1993-047X.11.2017.2.100-113>

S. B. KUZNETSOV¹

¹ Siberian Institute of Management of the Russian Academy of Economics and State Service, Novosibirsk, Russia

MODELING OF SIMILAR ECONOMIES

Objective: to obtain dimensionless criteria – economic indices characterizing the national economy and not depending on its size.

Methods: mathematical modeling, theory of dimensions, processing statistical data.

Results: basing on differential equations describing the national economy with the account of economical environment resistance, two dimensionless criteria are obtained, which allow to compare economies regardless of their sizes. With the theory of dimensions we show that the obtained indices are not accidental. We demonstrate the implementation of the obtained dimensionless criteria for the analysis of behavior of certain countries' economies.

Scientific novelty: the dimensionless criteria are obtained – economic indices which allow to compare economies regardless of their sizes and to analyze the dynamic changes in the economies with time.

Practical significance: the obtained results can be used for dynamic and comparative analysis of different countries' economies regardless of their sizes.

Keywords: Mathematical and instrumental methods in economics; Economical environment resistance; Renewable production factors; Investment; Economic indicator

For citation: Kuznetsov S. B. Modeling of similar economies, *Actual Problems of Economics and Law*, 2017, vol. 11, No. 2, pp. 100–113 (in Russ.). DOI: <http://dx.doi.org/10.21202/1993-047X.11.2017.2.100-113>

Введение

Первая попытка международных сопоставлений принадлежит английскому ученому Уильяму Петти. Он в 1676 г. оценил численность населения во Франции и Великобритании (13,5 и 10 млн чел.), определил в этих странах уровень производительности труда и, проанализировав результат, заключил, что Англия не может быть беднее Франции. Другой английский экономист Г. Кинг проанализировал национальный доход Франции, Англии и Голландии за два года (1688 и 1695). В 1688 г. национальный доход Англии оказался почти вдвое меньше, чем французский показатель, а в 1695 г. – меньше на 74 %. В Голландии национальный доход составлял только 41–43 % английского [1].

В 1860 г. Л. Леви оценил национальный доход Франции, Англии, Австро-Венгрии и России в фунтах стерлингов. В результате оказалось, что в России доход на душу населения составлял 32 % от дохода на душу населения Англии, 58 % – Франции и 103 % – Австро-Венгрии. В 1899 г. М. Мулхолл сравнил 18 стран по душевому национальному доходу. Результаты исследований показали, что первое место по этому показателю заняла Австралия, второе – США, третье – Англия, затем следовали Дания и Франция. Россия получила последнее место [2].

В XX столетии произошел переход на сравнение валового национального продукта (далее – ВВП). В этот период следует отметить работы американских исследователей В. Нордхауса [3], Л. Саммерса [4], И. Крэвиса [5], английских экономистов К. Кларка [6, с. 134–137], Д. Стэмпа и Л. Ростаса [7] и др.

При активном участии Организации европейского экономического сотрудничества (современная ОЭСР) в 1954 и 1958 гг. М. Джильберт и И. Крэвис провели международные сопоставления уровней ВВП и цен [5]. Ученые рассчитали ВВП по паритету реальной покупательной способности валют для девяти стран.

Под эгидой Организации Объединенных Наций начиная с 1950 г. регулярно проводятся обследования стран и на основе их отчетов создаются ряды сопоставимых экономических показателей. Над этой проблемой работают ученые Института международных сопоставлений в Пенсильвании, ОЭСР, ООН, МВФ, Всемирного банка и национальные государственные и неправительственные органы [9–19].

1968 г. стал началом осуществления Проекта международных сопоставлений ВВП (в 1985 г. переименован в Программу международных сопоставлений (далее – ПМС)) [12–13]. Первые исследования в рамках ПМС были опубликованы в 1971 г., они содержали описание применяемых методов, а также непосредственные результаты сопоставлений за 1967 и 1970 гг. по десяти странам (Япония, США, Франция, ФРГ, Великобритания, Венгрия, Италия, Кения, Индия и Колумбия). В 2015 г. В международных сопоставлениях участвовало уже 197 стран. Российская Федерация принимает участие в Программе международных сопоставлений с 1993 г.

Одни из последних подобных исследований по ВВП в 2015 г. дали следующие результаты [20]. Самые большие значения ВВП на душу населения по Паритету покупательной способности (далее – ППС) зафиксированы в Катаре (132 099 долларов США), Люксембурге (98 987 долларов США), Макао (98 135 долларов США), затем Бруней-Даруссаламе (79 587 долларов США) и Кувейте (70 166 долларов США). Самые экономически слабые страны мира располагаются в Африке: Бурунди, Коморы, Демократическая Республика Конго, Либерия, Малави, Мозамбик, Нигер и Центрально-Африканская Республика. Валовой внутренний доход на душу населения в этих странах составляет от 523 до 965 долларов США. В России показатель ВВП на душу населения по ППС составляет 25 411 долларов США, или 19 % от уровня Катара.

Результаты сопоставлений зависят от числа сравниваемых стран, от методов расчета покупательной способности национальных валют, от объема и состава товарных групп и т. п. Это приводит к тому, что данные о соотношениях между странами в разных источниках разные [20].

К международным сопоставлениям предъявляются следующие требования [21]:

- характерность результатов, т. е. сравнение должно быть парным;
- инвариантность индексов, другими словами, независимость от базовой страны;
- транзитивность сравнения;
- аддитивность сравнения;
- независимость индексов от системы единиц измерения.

В экономике широко используются различные индексы и показатели, позволяющие сравнивать уровень развития стран в сферах экономики, здравоохранения, образования и т. д. В результате проведения международных сопоставлений определяются некоторые показатели, которые должны быть учтены в системе стратегического планирования государств и системе международного сотрудничества, например, международная черта бедности.

Международные сопоставления предполагают приведение главных показателей экономики сравниваемых стран к некоторому общему знаменателю, измерению их в одинаковых денежных единицах или других сопоставимых единицах измерения. Следует отметить, что проведение анализа макроэкономических показателей стран с использованием валютных курсов, складывающихся стихийно и на основе множества факторов, не будет достаточно объективным. По этой причине сегодня международные статистические центры используют для международных сопоставлений оценку показателей по паритету покупательной способности. Методология расчетов сопоставлений показателей на ее базе дает возможность получить результаты сопоставлений, которые не зависят от выбора единицы измерения и базовой страны.

Были разработаны специальные методы в случае многосторонних сопоставлений, применяемые для различных ступеней агрегирования показателей. Условно эти методы можно разделить на два направления. Первое основано на методе усреднения индексов парных сопоставлений (метод Элтеге – Кэвеш – Шульц [22–23],

метод Уолша – Эджворта [24] и др.). Второе направление использует средние расчетные международные цены, которые вычисляются как средние взвешенные или невзвешенные величины национальных цен. Это методы Гири – Камиса, Ван Изерена, Жерарди и др. [24–25].

За последние двести лет было найдено большое число оригинальных и практически применимых методов нахождения индексов цен и объемов, а также предложены различные модификации. И. Фишер сделал первую попытку систематизировать разнообразие методов [22]. В более поздние годы над проблемами индексов и их классификацией работали Р. Аллен, Б. Балк, В. Е. Диверт, В. И. Зоркальцев, П. Кевеш, А. А. Конюс, Э. Б. Ершов и др. [25–29].

Но следует отметить, что в существующих методах международных сопоставлений стран имеются недочеты, которые влияют на достоверность результатов. Так, единообразная «корзина» товаров и услуг для разных стран в зависимости от их развития разная, что заставляет усомниться в универсальности расчетов с использованием ППС [30]. Другой метод расчета – Big Mac, бутерброд из ресторана «МакДоналдс», – также имеет большие недостатки. Бутерброд изготавливается по стандартной технологии практически во всех странах мира, но при производстве используются местные компоненты и рабочая сила. В странах Европы и США бутерброд является дешевой массовой едой, но в России это не так. Следует отметить, что при расчете ВВП не отражается теневая экономика и не учитываются затраты труда в домашнем хозяйстве, поэтому любое сравнение хромает.

Органам государственного управления стран необходимо получать информацию о рейтинге их страны в мировой и региональной экономике для правильного и точного принятия решений в формировании экономической политики. Поэтому разработка и создание методологии количественной оценки уровней развития национальных экономик по-прежнему являются насущной проблемой. Предлагается новый сводный индекс анализа национальной экономики, который даст возможность делать международные сравнения.

Результаты исследования

При анализе развития национальной экономики можно определить ряд интересных положений, опираясь на простые соображения, связанные с размерностью анализируемых экономических величин.

Опишем схему метода подобия и размерности, которая широко используется на начальном этапе анализа многих нелинейных задач.

Идея обезразмеривания заключается в измерении всех величин в единицах, которые являются определяющими параметрами изучаемой задачи [31]. В нашем случае национальные экономики будем измерять в единицах некоторой эталонной экономики. Это может быть мировая экономика или экономика некоторой страны, например США.

Будем полагать, что экономики сравниваются по одним и тем же параметрам, в частности, будем использовать одинаковые виды возобновляемых факторов производства, физический капитал K , трудовые ресурсы L и человеческий капитал H . Выберем точку $\bar{r} = (L, K, H)$, тогда величина $\frac{d\bar{r}}{dt} = \bar{v}(\bar{r}, t) = (v_L, v_K, v_H)$ является предельным годовым приростом факторов производства, или, другими словами, скоростью изменения факторов, в этой точке.

Получим систему дифференциальных уравнений для вычисления скорости обновления возобновляемых факторов производства в непосредственной зависимости от скорости инвестирования. Скорость факторов производства определяется изменением уровня инвестиций $\bar{I} = (I_L, I_K, I_H)$, направляемых на ее развитие. Под инвестициями в трудовые ресурсы будем понимать финансирование социальных программ (кроме пенсий), а под инвестированием в человеческий капитал – всевозможное финансирование интеллектуального развития человека и профессиональных навыков. Рассмотрим известное уравнение для валовых инвестиций $\frac{d\bar{r}}{dt} = \bar{I}$, которое представляет собой автономное векторное уравнение [32, с. 552]. В этом уравнении под скоростью изменения трудовых ресурсов $\frac{dL}{dt}$ понимается изменение, возникающее в результате государственного и частного финансирования социальных программ, т. е. это не полное изменение прироста трудовых ресурсов, а именно та часть, которая возникает в результате стимулирования. Соответственно, $\frac{dH}{dt}$ – прирост человеческого капитала, который появляется за счет различных государственных и частных программ совершенствования интеллектуального развития человека и его профессиональных навыков. Рассмотрим уравнение развития «идеальной»

экономики с учетом освоения инвестиций, полученное дифференцированием уравнения валовых инвестиций [33, с. 25–28, 89–90; 34, с. 69–82]:

$$\frac{d\bar{v}(t)}{dt} = \bar{j}(t), \quad (1)$$

$\frac{d\bar{I}}{dt} = \bar{j}$ – вектор скорости освоения инвестиций $\bar{I} = (I_K, I_L, I_H)$ в возобновляемые факторы производства.

Определим величину χ , которая представляет собой предел отношения бесконечно малого изменения скорости валового продукта Y_K бесконечно малому изменению произведения инвестиций:

$$\chi = \frac{dv_Y}{d\Phi},$$

$$\text{где } v_Y = \frac{dY}{dt}, \Phi = I_K I_L I_H.$$

Здесь предполагается, что объемы освоенных инвестиций не зависят друг от друга. Рассмотренный параметр задает относительную скорость роста или падения валового продукта. Эта величина определяется как производная от кумулятивной предельной производительности экономики и изменяется в интервале $(-\infty, \infty)$. Неположительные значения указывают на состояние регрессии, а приближение к нулю предупреждает о стагнации экономики.

Введем понятие сопротивления экономической среды. В национальной экономике такое сопротивление оказывают: возможности кредитования, изменение уровня налогов, конкуренция, регистрация и ликвидация предприятий, антимонопольное законодательство, доступность трудовых ресурсов, также различные постановления правительства, целью которых является сдерживание или развитие возобновляемых факторов производства, например, для борьбы с циклическими явлениями в экономике.

На международном уровне проявление сопротивления вызывается: миграционной политикой государства, таможенным законодательством, уровнем международной торговли, различными ограничениями, возникающими при привлечении рабочей силы и иностранных капиталов и наконец различными видами эмбарго.

Таким образом, сопротивление экономической среды – это результат влияния всех лимитирующих факторов экономической среды, которые препятствуют реализации полного экономического потенциала государства.

Предположим, что изучаем некоторый объем возобновляемых факторов производства, который изменяется под воздействием сил сопротивления экономической среды. В работе [35, с. 48–49] было получено:

$$DIV(\chi v_p \bar{v}) = \chi j_p + DIV(\bar{\sigma}_p), \quad (2)$$

где $\bar{\sigma}_p = (\sigma_{pK}, \sigma_{pL}, \sigma_{pH})$; p – один из факторов производства $\bar{r} = (L, K, H)$; $DIV(\bar{F}(\bar{r}, t)) = \frac{v_L}{|\bar{v}|^2} \frac{\partial F_L}{\partial t} + \frac{v_K}{|\bar{v}|^2} \frac{\partial F_K}{\partial t} + \frac{v_H}{|\bar{v}|^2} \frac{\partial F_H}{\partial t} + \frac{\partial F_L}{\partial L} + \frac{\partial F_K}{\partial K} + \frac{\partial F_H}{\partial H}$ – динамическая дивергенция.

В работе [37, с. 44–46] было введено понятие тензора противодействия экономической среды развитию возобновляемых факторов производства:

$$\sigma_{pl} = \left(\eta \frac{\partial v_l^2}{\partial p} + \eta \frac{\partial v_p^2}{\partial l} + \theta v_l v_p \right), \quad (3)$$

где p, l – один из факторов производства, η – коэффициент ведения бизнеса, который отражает связь изменения возобновляемых факторов в зависимости от состояния экономической среды. Чем благоприятней условия ведения бизнеса, тем меньше этот коэффициент, и наоборот. Коэффициент ведения бизнеса η имеет размерность (ед. вр.)/(ден. ед.), размерность вспомогательного коэффициента $[\theta] = (\text{ед. вр.})^2 / (\text{ден. ед.})^2$.

Условия благоприятного развития экономики будем определять с помощью коэффициента экономического состояния среды, который определяется делением коэффициента ведения бизнеса η на предельную производительность экономики χ , т. е.:

$$\mu = \frac{\eta}{\chi},$$

где μ – коэффициент экономического состояния среды. С целью единообразия исчисления будем измерять объем трудовых ресурсов через объем заработной платы и предположим, что человеческий капитал также возможно измерить в денежных единицах. Из свойств предельной производительности экономики следует, что коэффициент изменяется в интервале $(-\infty, \infty)$. Неположительные значения μ определяют регрессию экономики, а большие значения – стагнацию.

Из соотношения (2) при $\eta = \text{const}$ и $\theta = \chi$ можно получить уравнение:

$$\frac{dv_p}{dt} - \mu \Delta v_p^2 - \frac{\mu}{|\bar{v}|^2} \left(\bar{v} \cdot \text{grad} \left(\frac{\partial v_p^2}{\partial t} \right) \right) - \mu DIV \left(\frac{\partial \bar{a}}{\partial p} \right) = j_p, \quad (4)$$

где $\bar{a} = (v_K^2, v_L^2, v_H^2)$, p – один из возобновляемых факторов производства.

Одинаковый объем производства достигается разным сочетанием возобновляемых факторов производства, поэтому можно рассмотреть оценку размеров факторов производства как среднегеометрическое значение этих факторов. Эту величину назовем усредненным возобновляемым фактором производства: $\psi = \sqrt[3]{LKH}$.

В силу взаимосвязанности национальных экономик динамику развития каждой страны можно оценивать через модуль скорости изменения возобновляемых факторов некоторой эталонной экономики: $v_3 = |\bar{v}_3|$.

Любой экономический объект, который развивается в экономической среде, мы можем определить параметрами: ψ, μ . Предлагаемые величины при выполнении равенства (3) имеют размерности: $[\psi] = \text{денежная единица (ден. ед.)}$; $[\mu] = \text{ден. ед.}$

Нетрудно убедиться в том, что из параметров ψ, μ из рассмотренных величин имеется возможность предложить только одну безразмерную комбинацию, которую назовем экономическим числом:

$$E_0 = \frac{\mu}{\psi}.$$

Отметим, что любой другой безразмерный параметр представим как функцию от E_0 . Отрицательные значения E_0 определяют состояние регрессии экономики, малые значения указывают на «идеальное» состояние экономики. Большие значения величин E_0 появляются в случае неустойчивого состояния национальной экономики.

Возобновляемые факторы производства $\bar{r} = (L, K, H)$, будем измерять в единицах усредненного фактора ψ , соответственно, скорость изменения возобновляемых факторов – в единицах v_3 . Таким образом, вводим безразмерные величины $\frac{\bar{r}}{\psi}$ и $\frac{\bar{v}}{v_3}$. Так как безразмерные параметры E_0 для национальной экономики являются единственными, то решение уравнения (4) задается функциями вида:

$$\bar{v} = v_3 \bar{f} \left(\frac{\bar{r}}{\psi}, E_0 \right),$$

где \bar{f} – векторная функция. Из этих уравнений видно, что для двух сравниваемых национальных экономик

скорости $\frac{\bar{v}}{v_3}$ будут одинаковыми функциями отношения $\frac{\bar{F}}{\Psi}$, если только соответствующие экономические числа экономик равны.

Подобными экономиками назовем экономики, получающиеся одна из другой простым изменением масштаба возобновляемых факторов производства и соответствующих скоростей их изменения.

Из этого определения следует, что экономики, обладающие одним и тем же экономическим числом, подобны. Равенство экономических чисел определяет правило подобия экономик.

Подойдем к получению экономических чисел с другой стороны. Предположим, что время измеряется в единицах $\frac{\Psi}{v_3}$, скорость изменения чистых инвестиций в возобновляемые факторы производства – в единицах $\frac{v_2^2}{\Psi}$, объем чистых инвестиций – в единицах v_3 . Нетрудно получить, что безразмерные величины (буквами с тильдами) связаны со старыми значениями, размерными параметрами:

$$\tilde{v}_p = \frac{v_p}{v_3}; \tilde{t} = \frac{tv_3}{\Psi}; \tilde{p} = \frac{p}{\Psi}; \tilde{I} = \frac{I}{v_3}; \tilde{j} = \frac{\tilde{J}\Psi}{v_3^2}; \tilde{\Delta} = \Psi^2 \Delta.$$

Все эти безразмерные величины (кроме операторов) принадлежат интервалу от 0 до 1, если в качестве эталонной экономики взять большую экономику (мировая, США, Китай). Следует отметить, что это не единственный способ обезразмеривания. Подставим эти соотношения в равенство (4), сократим на одинаковые множители, а затем опустим знак тильды. В результате получим уравнение для относительной скорости изменения возобновляемых факторов производства:

$$\frac{dv_p}{dt} - E_0 \Delta v_p^2 - \frac{E_0}{|\bar{v}|^2} \left(\bar{v} \cdot \text{grad} \left(\frac{\partial v_p^2}{\partial t} \right) \right) - E_0 \text{DIV} \left(\frac{\partial \bar{a}}{\partial p} \right) = j_p. \quad (5)$$

В этом случае скорость потерь инвестиций в результате сопротивления экономической среды составляет:

$$R = E_0 \left(\Delta v_p^2 + \frac{\bar{v}}{|\bar{v}|^2} \cdot \text{grad} \left(\frac{\partial v_p^2}{\partial t} \right) + \text{DIV} \left(\frac{\partial \bar{a}}{\partial p} \right) \right).$$

Величина E_0 показывает уровень сопротивления экономической среды. Очевидно, что при малых значениях экономического числа для национальной экономики относительное изменение возобновляемых факторов производства можно рассчитывать с помощью уравне-

ния для «идеальной» экономики [33, с. 25–28, 89–90; 34, с. 69–82]. Определение значения коэффициента ведения бизнеса η должно основываться на статистических данных, например, его вычисление может базироваться на исследованиях Doing Business [38].

Мы рассмотрели случай, когда число факторов производства равно трем, но таких факторов значительно больше. В этом случае равенство (5) для n -мерной модели имеет следующие размерности основных величин: $[\Psi] = (\text{ден. ед.})$; $[v_3] = \text{ден. ед.}/(\text{ед. вр.})$; $[\eta] = (\text{ед. вр.})^{n-2}/(\text{ден. ед.})^{n-2}$; $[\mu] = (\text{ден. ед.})$.

Формулы вычисления экономических чисел остаются прежними.

Из представления экономического числа заключаем, что чем меньше μ , тем меньше экономическое число. Или чем больше усредненный фактор производства, тем меньше экономическое число. Следовательно, малые значения параметра E_0 следует ожидать у более развитых экономик.

Вернемся снова к трехмерному случаю. Системы уравнений развития экономики (4) и (5) существенно упрощаются в случае малого или большого экономического числа.

Утверждение. Пусть $\eta = \text{const}$, $\bar{a} = (v_K^2, v_L^2, v_H^2)$, p, l – некоторые возобновляемые факторы производства и экономическая ситуация описывается уравнением (5), тогда изменение скорости факторов производства описывается уравнением:

$$\Delta v_p^2 + \frac{\bar{v}}{|\bar{v}|^2} \cdot \text{grad} \left(\frac{\partial v_p^2}{\partial t} \right) + \text{DIV} \left(\frac{\partial \bar{a}}{\partial p} \right) = -\frac{j_p}{E_0}, \quad (6)$$

если выполняется неравенство $|E_0| \gg 1$, и соответственно уравнением «идеальной» экономики, если $|E_0| \ll 1$.

Следствие. Уравнение в утверждении можно представить в виде:

$$\text{DIV} \left(\frac{\partial \bar{a}}{\partial p} + \text{grad} (v_p^2) \right) = -\frac{j_p}{E_0},$$

где $\bar{a} = (v_K^2, v_L^2, v_H^2)$, p, l – некоторые возобновляемые факторы производства.

Последнее равенство может быть получено из равенства (2) с учетом обезразмеривания при $\eta = \text{const}$ и $\theta = \chi$. Решением уравнения является плоская волна [36, с. 44]. Величина $\frac{j_p}{E_0}$ оказывает сглаживающее влияние на плоскую волну, и при большом

экономическом числе требуется большая скорость инвестирования в экономику с целью преодоления кризисных явлений.

Е. Букингом для теории анализа размерностей предложил правило (π -теорему) нахождения безразмерных комплексов, которое определяет любой конкретный процесс [39, с. 145–156]. Для анализа размерностей на первом шаге определяются величины, которые полностью характеризуют изучаемый процесс. Второй шаг состоит в установлении характера взаимосвязей между выделенными величинами с использованием π -теоремы и принципа однородности размерности всех изучаемых частей соотношений.

Достоинством предлагаемого алгоритма является то, что уравнение, определяющее процесс, может быть даже неизвестно. Важно знать взаимосвязи между основными переменными значениями, которые характеризуют изучаемый процесс.

К любому уравнению, которое описывает экономические явления, предъявляется требование однородности по размерности. Для описания изучаемых экономических процессов в качестве основных единиц измерения можно взять время $[T]$ и денежную единицу $[R]$. Для анализа явлений можно взять другие независимые переменные, например, сопротивление экономической среды η и модуль скорости изменения возобновляемых факторов производства $|\bar{v}|$.

π -теорема утверждает, что если n переменных $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$, которые задействованы в произвольном процессе, выразить через заданные главные переменные числом m , то все неизвестные могут быть сгруппированы в $n-m$ π -членов: $h(\pi_1, \pi_2, \pi_3, \dots, \pi_{n-m}) = 0$, где π – величина безразмерная и является произведением нескольких переменных x_j . Все π -члены содержат $m+1$ переменную величину.

Для нашей задачи количество величин, входящих в π -члены, должно быть равно трем. В качестве главных переменных возьмем усредненный фактор ψ , модуль скорости изменения возобновляемых факторов производства $|\bar{v}|$ и коэффициент экономического состояния среды μ . Все π -члены будем выражать через выбранные переменные.

Для удобства анализа π -членов последние величины берутся в -1 степени, при этом для главных величин показатели степени неизвестны. π -члены безразмерные, поэтому показатели степени каждой из главных переменных должны быть равны нулю.

Определяем входящие в π -члены неизвестные через главные независимые переменные, и показатели степени приравниваем к нулю.

В нашей модели объем валового продукта Y зависит от возобновляемых факторов производства, выраженных через усредненный фактор ψ , объема инвестиций I , модуля скорости $|\bar{v}|$, коэффициента экономического состояния среды μ . В качестве главных переменных возьмем усредненный фактор и коэффициент состояния среды.

Согласно π -теореме система уравнений состоит из трех π -членов:

$$\pi_1 = \psi^{y_1} \mu^{z_1} |\bar{v}|^{-1}, \quad \pi_2 = \psi^{y_2} \mu^{z_2} Y^{-1}, \quad \pi_3 = \psi^{y_3} \mu^{z_3} I^{-1}.$$

Размерности переменных, входящих в систему, в этом случае удовлетворяют равенствам:

$$[\psi] = [\mu] = [R]; \quad [|\bar{v}|] = \left[\frac{R}{T} \right]; \quad [Y] = \left[\frac{R}{T} \right]; \quad [I] = \left[\frac{R}{T} \right].$$

Для того чтобы избежать вырожденности π -членов в качестве главных переменных, возьмем модуль скорости и коэффициент состояния среды:

$$\pi_1 = |\bar{v}|^{y_1} \mu^{z_1} \psi^{-1}, \quad \pi_2 = |\bar{v}|^{y_2} \mu^{z_2} Y^{-1}, \quad \pi_3 = |\bar{v}|^{y_3} \mu^{z_3} I^{-1}.$$

Соблюдая условие однородности, получим:

$$\pi_1 = \frac{\mu}{\psi} = E_0, \quad \pi_2 = E_0 \frac{\psi}{Y}, \quad \pi_3 = E_0 \frac{\psi}{I}.$$

Член π_1 совпадает с экономическим числом. Соответственно, член π_2 определяет критерий связи усредненных факторов производства и объемом валового продукта. Выражение π_3 является критерием связи усредненных факторов производства и уровнем инвестирования в национальную экономику.

Относительно «молодым» экономическим понятием является человеческий капитал. Он определяется как индивидуальные производительные способности, навыки и знания, и одним из способов измерения является рыночная цена совокупности произведенных индивидуумом товаров и услуг [40, с. 36]. Такой способ измерения является достаточно спорным. Другим измерителем человеческого капитала можно рассмотреть индекс развития человеческого потенциала [41], но его нельзя измерить в денежных единицах. Как справедливо утверждают ван Льювен и Фолдари, «множество индикаторов, применяемых сегодня для измерения человеческого капитала, столь велико и разнообразно (как в теоретическом, так и в методическом смысле), что получаемые на их основе оценки слабо коррели-

руют между собой» [42, р. 191]. И. Соболева отмечает, что в настоящее время важно перейти «от прямого измерения объемов накопленного богатства в денежных единицах к выявлению трендов и соотношений. Ставятся задачи оценить темпы накопления человеческого капитала, тренды его межстранового и межрегионального распределения, вклад в экономический рост, минуя прямую денежную оценку запасов» [43]. Из-за неопределенности в измерении человеческого капитала в предлагаемых ниже расчетах влияние человеческого капитала не учитывалось.

Проведем ряд качественно приближенных статистических расчетов для анализа экономического числа ряда стран Европы в период с 2005 по 2015 гг. Сопротивление экономической среды должно определяться эмпирически. Задача нахождения μ представляет собой отдельную проблему и в этой работе не обсуждается. Поэтому расчеты направлены на определение качественного поведения экономического числа. Данные по объему человеческого капитала в денежных единицах отсутствуют, поэтому рассмотрим качественное приближение экономического числа, которое получим по двум возобновляемым факторам на базе статистических данных Евростата [44–45].

Расчеты проводим по следующей схеме.

Вычисляем для i -го года $\chi_i = \frac{vY_i - vY_{i-1}}{\Phi_i - \Phi_{i-1}}$, где $vY_i = Y_i - Y_{i-1}$, $\Phi_i = I_{K_i} I_{L_i}$, Y_i – валовой продукт в i -м году, I_{K_i} – объем инвестиций в физический капитал в i -м году, I_{L_i} – объем инвестиций в трудовые ресурсы в i -м году.

Определяем коэффициент экономического состояния среды в i -м году: $\mu_i = \frac{\eta_i}{\chi_i}$.

Рассчитываем экономическое число в i -м году:

$$E_{0i} = \frac{\mu_i}{\Psi_i}$$

Вычисляем усредненный возобновляемый фактор производства в i -м году: $\Psi_i = \sqrt{L_i K_i}$.

Эту процедуру проведем для анализируемых стран с 2005 по 2015 гг.

Рассмотрим три наиболее крупных экономики Европы: Германии, Соединенного Королевства (Великобритании) и Франции. Порядок E_0 этих стран составляет 10^{-4} , что указывает на устойчивость их развития. Рассмотренные экономики можно анализировать с помощью уравнения «идеальной» экономики (2). Подробный анализ показывает, что экономические кризисы предлагаемый индекс улавливает. Так, провалы E_0 для Англии наблюдались в 2006, 2008 и 2013 гг., для Германии – в 2007 и 2011 гг., для Франции – в 2008 и 2011 гг. (рис. 1).

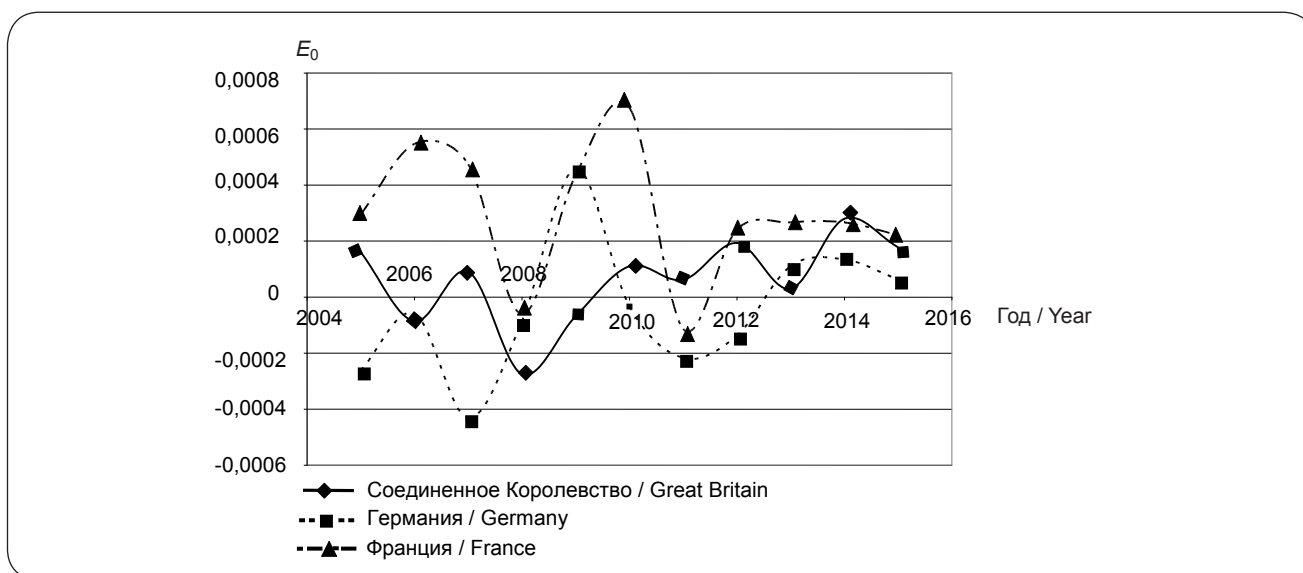


Рис. 1. Поведение приближений экономических чисел Англии, Германии и Франции*

* Источник: составлено автором.

Fig. 1. Behavior of approximations of comparative numbers of Great Britain, Germany, and France*

* Source: compiled by the author.

Соединенное Королевство имело проблемы с экономикой в период с 2007 по 2009 гг. В Германии экономическое число стало положительным, что указывает на выход из кризиса только в первой половине 2009 г., но в период с 2010 до начала 2013 г. снова наблюдается кризис. Франция из перечисленных стран легче всех прошла эти два кризиса, показывая небольшие отрицательные значения экономического числа в 2008 и 2011 гг.

Следующая группа стран имеет E_0 порядка 10^{-3} , и прошедшие кризисы показали явные провалы в экономике. Экономическое число Ирландии показывало отрицательные значения в 2010, 2011, 2013 гг., Италии – в 2007, 2011 и начиная с 2013 по 2015 гг. (рис. 2).

В некотором приближении для рассмотренных экономик справедливо моделирование с использованием уравнения (1).

Третью группу стран представляют страны, прошедшие кризисы относительно устойчиво, без явных провалов в экономике. Экономика Австрии показала отрицательное значение экономического числа в 2010 г., Финляндии – в 2011 г. Соответственно у Бельгии – небольшие провалы в 2013 и 2015 гг. (рис. 3).

Как и для предыдущего случая, при моделировании экономик возможно использование модели (1).

Последнюю группу экономик представляют Россия и Греция. Экономика России дает экономическое число порядка 10^{-2} , что показывает большое отставание от европейских экономик. Сравнение с экономикой Греции, чье E_0 имеет порядок $10^{-2} \cdot 10^{-1}$, показывает, что наша экономика сравнима с экономиками слабых стран Евросоюза (рис. 4).

В экономиках России и Греции невозможно использовать модель (1), для них будет справедливо моделирование с использованием равенства (6).

Выводы

В работе получено общее уравнение освоения чистых валовых инвестиций с учетом сопротивления экономической среды. Доказательство существования решения является открытым вопросом, так как уравнения (4) и (5) являются разновидностью уравнения Навье – Стокса, которое вошло в число самых сложных математических задач XXI в. [46]. Найдены уравнения в частных случаях со слабым и сильным сопротивлением экономической среды. В случае слабого сопротивления получаем классическое

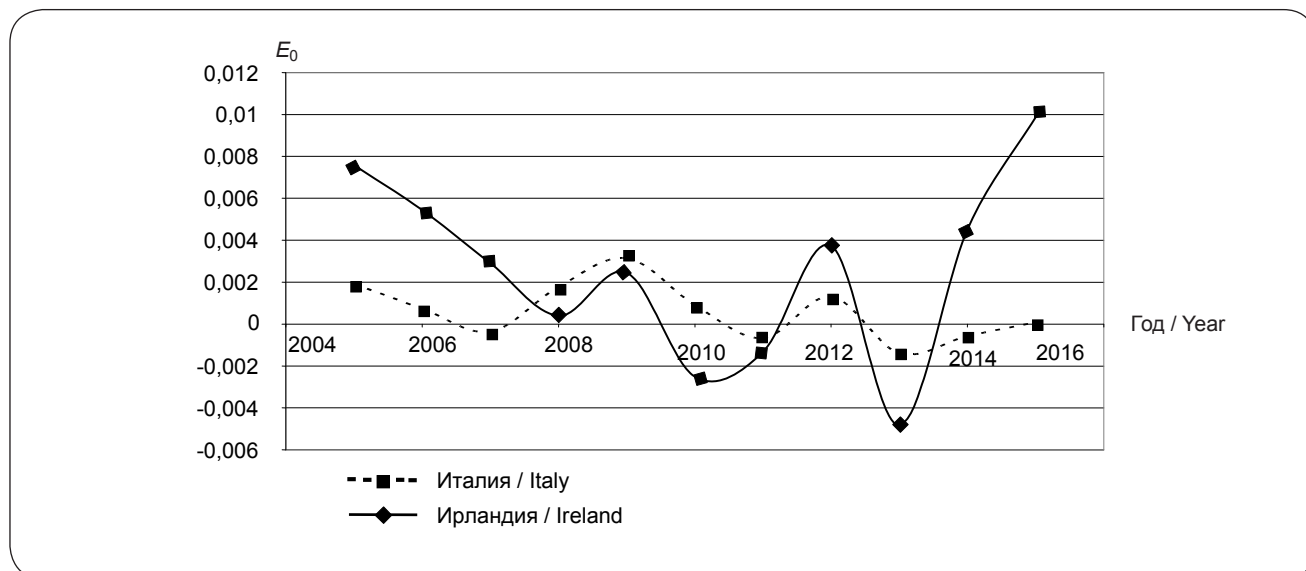


Рис. 2. Поведение приближений экономических чисел Италии и Ирландии*

* Источник: составлено автором.

Fig. 2. Behavior of approximations of comparative numbers of Italy and Ireland*

* Source: compiled by the author.

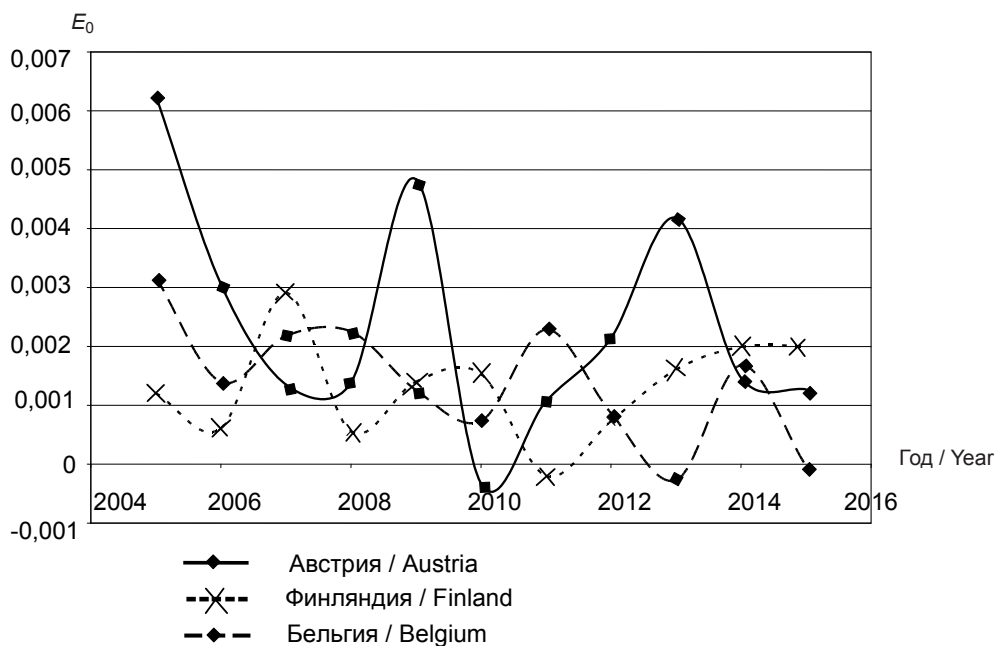


Рис. 3. Поведение приближений экономических чисел Австрии, Бельгии и Финляндии*

* Источник: составлено автором.

Fig. 3. Behavior of approximations of comparative numbers of Austria, Belgium and Finland*

* Source: compiled by the author.

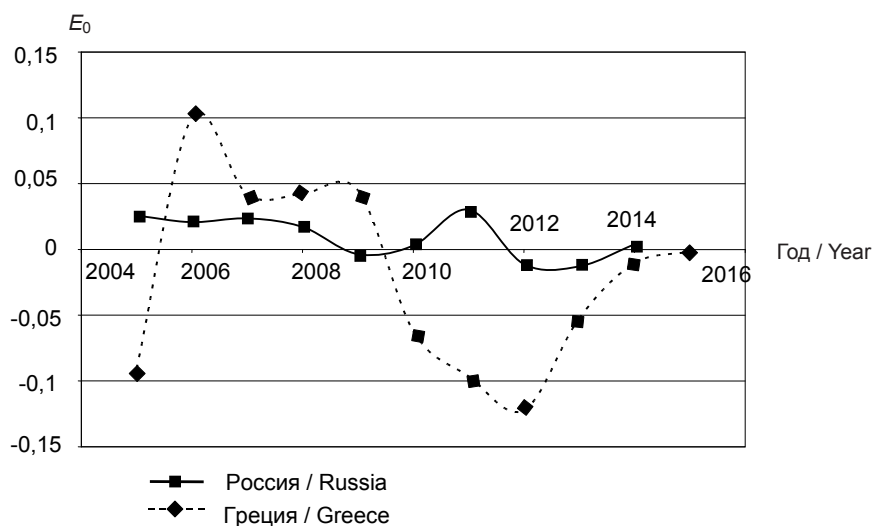


Рис. 4. Поведение приближений сравнительных чисел России и Греции*

* Источник: составлено автором.

Fig. 4. Behavior of approximations of comparative number of Russia and Greece*

* Source: compiled by the author.

уравнение чистых валовых инвестиций в неоклассической модели роста для факторов производства. При большом сопротивлении экономической среды получаем уравнение, решением которого является плоская волна, что еще раз указывает на появление цикличности в экономике при увеличении сопротивления. Из анализа уравнения следует, что при увеличении сопротивления экономической среды следует увеличивать скорость инвестирования с целью сглаживания кризисных явлений.

Результаты численных расчетов на базе статистических данных показали устойчивость и объективность индекса E_0 . π -анализ указывает на неслучайность полученного индекса и возможность применения его для комплексной оценки таких сложных

категорий, как конкурентоспособность экономики и уровень экономического развития.

Предлагаемые экономические числа могут быть дополнительным инструментом при изучении развития экономики. Их поведение комплексно оценивает состояние возобновляемых факторов производства, эффективность инвестирования и действие управляющих органов государства и внешних условий, оказывающих влияние на развитие экономики.

Открытой проблемой остается эмпирическое определение коэффициента ведения бизнеса η , так как в расчетах использовалось приближение, полученное по двум факторам производства – основные фонды и трудовые ресурсы, и не учитывался человеческий капитал. Для этого требуются исследования уровня проекта Doing business.

Список литературы

1. Аллен Р. Экономические индексы: пер. с англ. М.: Статистика, 1980. 256 с.
2. Бриджмен П. Анализ размерностей. Ижевск: РХД, 2001. 277 с.
3. Валовой национальный доход России (2015). URL: http://www.be5.biz/makroekonomika/gni/gni_russia.html (дата обращения: 03.11.2016).
4. Евростат. 2016. URL: <http://epp.eurostat.ec.europa.eu>. (дата обращения: 11.06.2016).
5. Зоркальцев В. И. Индексы цен и инфляционные процессы. Новосибирск: Наука, 1996. 279 с.
6. Интрилигатор М. Математические методы оптимизации и экономическая теория. М.: Прогресс, 1975. 606 с.
7. Кевеш П. Теория индексов и практика экономического анализа. М.: Финансы и статистика, 1990. 303 с.
8. Кларк Б., Бейтс Д. 100 великих экономистов до Кейнса. СПб.: Экономикс, вып. 42 (Библиотека «Экономической школы»), 2008. 352 с.
9. Кузнецов С. Б. Динамика обновления факторов производства. Новосибирск: ЦПИ: Изд-во СИБПРИНТ, 2010. 312 с.
10. Кузнецов С. Б. Моделирование поведения экономических показателей // Вестник Челябинского государственного университета. 2011. № 16. С. 41–43.
11. Кузнецов С. Б. Условия возникновения циклов в экономике // Актуальные проблемы экономики и права. 2016. Т. 10, № 3. С. 69–82.
12. Кузнецов С. Б. Индикатор поведения национальной экономики // Экономика и управление. 2016. № 4. С. 48–52.
13. Кузнецов С. Б. Моделирование влияния экономической среды на факторы производства // Перспективы науки. 2016. № 7 (82). С. 44–46.
14. Ладьяженская О. А. Шестая проблема тысячелетия: уравнение Навье – Стокса, существование и гладкость // Успехи мат. наук. 2003. Т. 58, № 2. С. 45–78.
15. Макарова О. Ю. Введение в экономическую теорию: методическое пособие. Хрестоматия. М.: Экон-информ, 2011. 251 с.
16. Международные сопоставления. 2014. URL: <https://murzim.ru/nauka/jekonomika/jekonomicheskaja-statistika/25695-mezhdunarodnye-sopostavleniya-statisticheskoy-informacii.html> (дата обращения: 05.11.2016).
17. Методологические проблемы международных сопоставлений стоимостных показателей: материалы Конференции АН СССР. Ин-т экономики мировой соц. системы. Госплан СССР. М.: Наука, 1968.
18. Мильтон Д., Крэвис И. Международное сравнение национального продукта и уровня цен: пер. с англ. В. М. Кудрова. М.: Госстатиздат, 1962. 337 с.
19. Сергеев С. М. Методы построения индексов в многосторонних международных сопоставлениях: дис. ... канд. экон. наук. М.: НИИ ЦСУ СССР, 1982. 257 с.
20. Сопоставления на основе ВВП. URL: <http://economylit.online/teoriya-economiki/sopostavleniya-osnove-vnp.html> (дата обращения: 05.11.2016).

21. ВЕА. Статистические данные Европы. 2016. URL: <http://www.bea.gov> (дата обращения: 05.11.2016).
22. Фишер И. Построение индексов: пер. с англ. М.: Прогресс, 1990. 432 с.
23. ЦУФ. Измерения в экономике. 2016. URL: <http://center-yf.ru/data/economy/Izmereniya-v-ekonomike.php> (дата обращения: 05.11.2016).
24. Шарп Д. Ж. Гидравлическое моделирование. М.: Мир, 1984. 280 с.
25. Barnett W. A., Choi K.-H., Sinclair T. M. The differential approach to superlative index numbers theory // Forthcoming in the Hans Theil Memory Special issue of the J. of Agricultural and Applied Economics. 2001. December 28.
26. Balk B. M. On Curing the CPI's Substitution and New Goods Bias // Research Paper 0005, Department of Statistical Methods (Voorburg: Statistics Netherlands). 2000. 18 p.
27. Bannock G., Baxter R. E. The Penguin Dictionary of Economics. Penguin Reference Library. 2011. 422 p.
28. Blanchard O., Dornbusch R., Krugman P., Layard R., Summers L. H. Reform in Eastern Europe: MIT Press, 1993. 320 p.
29. Dean E. International comparisons of nonmarketed output: the role of productivity data, World Bank. 2009. URL: <http://siteresources.worldbank.org/ICPINT/Resources/2700561255977254560> (дата обращения: 05.11.2016).
30. Diewert W. E., Nakamura A. O. Essays in Index Number Theory, Contributions to Economic Analysis. Amsterdam: North-Holland, 1993. 445 p.
31. Doing business. World development report 2006–2016. 2016. URL: <http://www.russian.doingbusiness.org> (дата обращения: 05.06.2016).
32. Eurostat. 2007. Purchasing Power Parities and Real GDP. Results 2005. OECD. URL: <http://epp.eurostat.ec.europa.eu>, (дата обращения: 11.06.2016).
33. Human Development Report Global and Regional Launches. 2011. URL: <http://hdr.undp.org/en/content/human-development-report-global-and-regional-launches> (дата обращения: 03.11.2016).
34. IMF. World Economic Outlook Database. 2015. URL: <http://www.cotinvestor.ru/obuchajushhie-materialy/banki-i-uchrezhdenija/mezhdunarodnyj-valyutnyj-fond-imf> (дата обращения: 03.11.2016).
35. Konijn P., Svennebye L. An output method for education PPPs // ICP Bulletin. 2008. Vol. 5, № 3. Pp. 16–19.
36. Prasada Rao. A note on the Methodology for Linking the Regions within the ICP. 2nd Technical Advisory Group Meeting, February 17–19, 2010, WB, Washington. URL: http://siteresources.worldbank.org/ICPINT/Resources/270056-1255977007108/64835501257349667891/6544465-1263333205953/06.03_ICP-TAG02_AggregationMethodologyLinkingRegions.pdf (дата обращения: 03.11.2016).
37. Sergeev S. The evaluation of the approaches for the linking of the regions at the aggregated levels. 2nd Technical Advisory Group Meeting, February 17–19, 2010, WB, Washington. URL: http://siteresources.worldbank.org/ICPINT/Resources/270056-1255977007108/64835501257349667891/6544465-1263333205953/06.02_ICP-TAG02_Aggregation-Evaluation.pdf (дата обращения: 03.11.2016).
38. van Leeuwen B., Foldvari P. How much human capital does Eastern Europe have? Measurement methods and results // Post-Communist Economies. Vol. 20. Iss. 2. Pp. 189–201.
39. 2008. World Bank. ICP 2003–2006 Handbook. URL: <http://web.worldbank.org/wbsite/external/datastatistics/icpext/0,contentMDK:20962711~menuPK:2666036~pagePK:60002244~piPK:62002388~theSitePK:270065,00.html> (дата обращения: 03.11.2016).
40. World Bank. 2016. The 2015 International Comparison Program (final report). URL: <http://siteresources.worldbank.org/ICPINT/Resources/icp-final.pdf> (дата обращения: 03.11.2016).

Дата поступления 04.04.2017

Дата принятия в печать 16.05.2017

Дата онлайн-размещения 25.06.2017

© Кузнецов С. Б., 2017

References

1. Allen R. *Indices of Economics*, Moscow: Statistika, 1980, 256 p. (in Russ.).
2. Bridzhmen P. *Analysis of dimensions*, Izhevsk: RKhD, 2001, 277 p. (in Russ.).
3. *Gross national income of Russia (2015)*, available at: <http://be5/biz/makroekonomika/dni/dni-russia.html> (access date: 03.11.2016) (in Russ.).
4. *Eurostat. 2016*, available at: <http://epp.eurostat.ec.europa.eu>. (access date: 11.06.2016) (in Russ.).
5. Zorkal'tsev V. I. *Indices of prices and inflation processes*, Novosibirsk: Nauka, 1996, 279 p. (in Russ.).
6. Intriligator M. *Mathematical methods of optimization and economic theory*, Moscow: Progress, 1975, 606 p. (in Russ.).

7. Kevesh P. *Theory of indices and practice of economic analysis*, Moscow: Finansy i statistika, 1990, 303 p. (in Russ.).
8. Klark B., Beits D. *100 great economists before Keynes*, Saint Petersburg: Ekonomikus, is. 42 (Biblioteka "Ekonomicheskoi shkoly"), 2008, 352 p. (in Russ.).
9. Kuznetsov S. B. *Dynamics of renovation of production factors*, Novosibirsk: TsPI: Izd-vo SIBPRINT, 2010, 312 p. (in Russ.).
10. Kuznetsov S. B. Modeling the behavior of economic indicators, *Vestnik Chelyabinskogo gosudarstvennogo universiteta*, 2011, No. 16, pp. 41–43 (in Russ.).
11. Kuznetsov S. B. Conditions of economic cycles formation, *Aktual'nye problemy ekonomiki i prava*, 2016, vol. 10, No. 3, pp. 69–82 (in Russ.).
12. Kuznetsov S. B. Indicator of behavior of national economy, *Ekonomika i upravlenie*, 2016, No. 4, pp. 48–52 (in Russ.).
13. Kuznetsov S. B. Modeling of the influence of economic environment on production factors, *Perspektivy nauki*, 2016, No. 7 (82), pp. 44–46 (in Russ.).
14. Ladyzhenskaya O. A. Sixth problem of the millennium: Navier-Stokes equation, existence and smoothness, *Uspekhi mat. nauk*, 2003, vol. 58, No. 2, pp. 45–78 (in Russ.).
15. Makarova O. Yu. *Introduction to the economic theory: methodological manual. Reader*, Moscow: Ekon-inform, 2011 (in Russ.).
16. *International comparisons. 2014*, available at: <https://murzim.ru/nauka/jekonomika/jekonomicheskaja-statistika/25695-mezhdunarodnye-sopostavleniya-staticheskoy-informacii.html>, (access date: 05.11.2016) (in Russ.).
17. *Methodological issues of international comparisons of cost indicators: materials of the USSR Academy of Sciences*, In-t ekonomiki mirovoi sots. Sistemy, Gosplan SSSR, Moscow: Nauka, 1968 (in Russ.).
18. Mil'ton D., Krevis I. *International comparison of the national product and the price levels*, Moscow: Gosstatizdat, 1962, 337 p. (in Russ.).
19. Sergeev S. M. *Methods of indices buildings in multisided international comparisons*: PhD (Economics) thesis, Moscow: NII TsSU SSSR, 1982, 257 p. (in Russ.).
20. *Сопоставления на основе ВВП*, available at: <http://economylit.online/teoriya-ekonomiki/sopostavleniya-osnove-vnp.html> (access date: 05.11.2016) (in Russ.).
21. *BEA. Statistical data of Europe. 2016*, available at: <http://www.bea.gov>. (access date: 05.11.2016) (in Russ.).
22. Fisher I. *Indices buildings*, Moscow: Progress, 1990, 432 p. (in Russ.).
23. *Center for finance management. Measurements in economics. 2016*, available at: <http://center-yf.ru/data/economy/Izmereniya-v-ekonomike.php> (access date: 05.11.2016) (in Russ.).
24. Sharp D. Zh. *Hydraulic modeling*, Moscow: Mir, 1984, 280 p. (in Russ.).
25. Barnett W. A., Choi K.-H., Sinclair T. M. The differential approach to superlative index numbers theory, *Forthcoming in the Hans Theil Memory Special issue of the J. of Agricultural and Applied Economics*, 2001, December 28.
26. Balk B. M. On Curing the CPI's Substitution and New Goods Bias, *Research Paper*, 0005, Department of Statistical Methods, Voorburg: Statistics Netherlands, 2000, 18 p.
27. Bannock G., Baxter R. E. *The Penguin Dictionary of Economics*, Penguin Reference Library, 2011, 422 p.
28. Blanchard O., Dornbusch R., Krugman P., Layard R., Summers L. H. *Reform in Eastern Europe*, MIT Press, 1993, 320 p.
29. Dean E. *International comparisons of nonmarketed output: the role of productivity data*, World Bank. 2009, available at: <http://siteresources.worldbank.org/ICPINT/Resources/2700561255977254560> (access date: 05.11.2016).
30. Diewert W. E., Nakamura A. O. *Essays in Index Number Theory, Contributions to Economic Analysis*, Amsterdam: North-Holland, 1993, 445 p.
31. Doing business. *World development report 2006–2016*, 2016, available at: <http://www.russian.doingbusiness.org> (access date: 05.06.2016).
32. *Eurostat. 2007, Purchasing Power Parities and Real GDP. Results 2005*. OECD, available at: <http://epp.eurostat.ec.europa.eu> (access date: 11.06.2016).
33. *Human Development Report Global and Regional Launches. 2011*, available at: <http://hdr.undp.org/en/content/human-development-report-global-and-regional-launches> (access date: 03.11.2016).
34. *IMF. World Economic Outlook Database. 2015*, available at: <http://www.cotinvestor.ru/obuchajushhie-materialy/banki-i-uchrezhdenija/mezhdunarodnyj-valyutnyj-fond-imf> (access date: 03.11.2016).
35. Konijn P., Svennebye L. An output method for education PPPs, *ICP Bulletin*, 2008, vol. 5, No. 3, pp. 16–19.
36. Prasada Rao. *A note on the Methodology for Linking the Regions within the ICP. 2nd Technical Advisory Group Meeting, February 17–19, 2010*, WB, Washington, available at: http://siteresources.worldbank.org/ICPINT/Resources/270056-1255977007108/64835501257349667891/6544465-1263333205953/06.03_ICP-TAG02_AggregationMethodologyLinkingRegions.pdf (access date: 03.11.2016).

37. Sergeev S. *The evaluation of the approaches for the linking of the regions at the aggregated levels. 2nd Technical Advisory Group Meeting, February 17–19, 2010*, WB, Washington, available at: http://siteresources.worldbank.org/ICPINT/Resources/270056-1255977007108/64835501257349667891/6544465-1263333205953/06.02_ICP-TAG02_Aggregation-Evaluation.pdf (access date: 03.11.2016).

38. van Leeuwen B., Foldvari P. How much human capital does Eastern Europe have? Measurement methods and results, *Post-Communist Economies*, vol. 20, iss. 2, pp. 189–201.

39. 2008. *World Bank. ICP 2003–2006 Handbook*, available at: <http://web.worldbank.org/wbsite/external/datastatistics/icp/ext/0,contentMDK:20962711~menuPK:2666036~pagePK:60002244~piPK:62002388~theSitePK:270065,00.html> (access date: 03.11.2016).

40. *World Bank. 2016. The 2015 International Comparison Program (final report)*, available at: <http://siteresources.worldbank.org/ICPINT/Resources/icp-final.pdf> (access date: 03.11.2016).

Received 04.04.2017

Accepted 16.05.2017

Available online 25.06.2017

© Kuznetsov S. B., 2017

Информация об авторе

Кузнецов Сергей Борисович, кандидат физико-математических наук, доцент, Сибирский институт управления Российской академии народного хозяйства и государственной службы

Адрес: 630102, г. Новосибирск, ул. Нижегородская, 6, тел.: +7 (383) 210-13-23

E-mail: sbk@ngs.ru

ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-7881-5336>

Researcher ID: <http://www.researcherid.com/rid/L-6105-2016>

Information about the author

Sergey B. Kuznetsov, PhD (Physics and Mathematics), Associate Professor, Siberian Institute of Management of the Russian Academy of Economy and State Service

Address: 6 Nizhegorodskaya Str., 630102, Novosibirsk, tel.: +7 (383) 210-13-23

E-mail: sbk@ngs.ru

ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-7881-5336>

Researcher ID: <http://www.researcherid.com/rid/L-6105-2016>